

Množiny, relace, funkce

Množiny

- Množina se dá chápat jako soubor prvků **neobsahující duplicity, není uspořádaná**
- Každá množina obsahuje určitý počet prvků (konečný, nekonečný), výjimkou je tzv. **prázdná množina** (\emptyset nebo $\{\}$), která neobsahuje žádný prvek
- Množinu značíme velkým písmenem (např. **M**), prvek množiny malým písmenem (např. **x**)
- Pro zápis množinových objektů používáme:
 - Predikát (\in) „je prvkem“, např. **$a \in b$**
 - Prázdná množina (\emptyset)
 - Pro zápis množinových objektů používáme složené závorky **$\{\}$**

Příklad zápisu množiny

- **$X = \{1,2,3\}$** (= množina **X** obsahující prvky **1, 2, 3**)
- **$X = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$** (= množina **X** obsah. prázdnou množinu a množinu obsah. prázdnou množinu)
- **$\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$** (= množina obsahující přirozená čísla větší než 5)

Existuje prázdná množina, která neobsahuje žádné prvky.

Prvky množiny mohou být i jiné množiny.

Množiny mohou být nekonečné.

Množinové operace

- **Je prvkem**
 - **$\emptyset \in \{\emptyset\}$** (= prázdná množina **je prvkem** množiny obsahující prázdnou množinu)
- **Je podmnožinou**
 - **$\{1,2\} \subseteq \{1,2,3\}$** (= množina **$\{1,2\}$** je podmnožinou množiny **$\{1,2,3\}$**)
 - **$\{0,1\} \subseteq \{0,1\}$**
- **Potenční množina**
 - Množina všech podmnožin dané množiny
 - **$\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$**
 - **$\mathcal{P}(\{1,2,3\}) = \{\{1,2\}, \{2,3\}, \{1,3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2,3\}\}$**
- **Průnik, sjednocení**
 - **$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$**
 - **$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$**

Vypracované otázky ke státnicím

Množiny, relace, funkce

Relace

- Matematický protějšek normálního pojmu „vztah“
- Prvky v množinách jsou mezi sebou v relaci
- Příklady relací:
 - „menší než“, „starší než“, „být hlavním městem“, „je rovno“

Typy relací

- **Unární**
 - „být mužem“ (operujeme s jedním prvkem)
- **Binární**
 - „menší než“ (porovnáváme dva prvky)
- **Ternární**
 - **Rovnice** ($4+5=9$ -> součet dvou prvků se rovná třetímu)

Binární relace

- Podmnožina kartézského součinu dvou množin ($A \times B$)
- Její vlastnosti:
 - **Reflexivní** ($x R x$), (např. rovnost, dělitelnost)
 - **Symetrická** (pokud platí $(x R y)$, pak $(y R x)$, (např. sourozenci)
 - **Antisymetrická** (pokud $(x R y)$ a současně $(y R x)$, pak platí $x = y$ (např. „ \leq “, „ \geq “))
 - **Tranzitivní** (pokud $(x R y)$ a současně $(y R z)$, pak $(x R z)$, (např. „menší než“))

Funkce

- Speciální typ relace
- Zápis: $f: A \rightarrow B$ (zobrazení A do B)
- A = definiční obor, B = obor hodnot
- $f(a) = b$ (b je obraz prvku a , a naopak)

Vlastnosti funkcí

- **Injekce** (prosté zobrazení)
 - Žádné dva prvky nemají stejný obraz
- **Surjekce** (zobrazení „na“)
 - Zobrazení na celou cílovou množinu, každý obraz má alespoň 1 vzor
- **Bijekce** (úplnost, prosté i zobrazení „na“)
 - Každý prvek z cílové množiny má právě jeden vzor